Наставна јединица за **четврто1** за **30.03.-03.04**.

Домаћи рад сви шаљете истог дана 10.04.2020.

1.**Пермутације без понављања**

Пермутација без понављања скупа А, који има n елемената, је сваки низ у коме се тачно по једанпут појављују сви елементи скупа А. Број пермутација n-точланог скупа је P(n)=n!

n!=$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \ldots \cdot n$

0!=1 посебно дефинишемо

<u>Пример1</u>: На колико начина се могу распоредити елементи скупа $S = \{a, b\}$

Решење: Један начин је (a,b) , други начин је (b,a). Укупно 2 начина.

Скуп има 2 елемента па је P(2)=2!=1·2=2.

<u>Пример2</u>: На колико начина се могу распоредити елементи скупа $S = \{a, b, c\}$

Решење: Укупно има 3 елемента које распоређујемо тако да их не понављамо.P(3)=3!=1·2·3=6

<u>Пример3:</u>Колико се петоцифрених бројева може формирати од цифара {0,2,4,6,8} ако се цифре не понављају.

Решење: Укупан број петоцифрених бројева је 5!=120 али бројеви који почињу са 0 мора се одузети из овог скупа јер то и нису петоцифрени бројеви а њих има 4!=24. Дакле, решење је 120-24=96.

Задаци из збирке:

449. 7 особа _ _ _X_ _ _распоредићемо 6 особа 6!=1·2·3·4·5·6=720

450. Спољашње фиксирамо а унутрашње распоређујемо а како их има 4 онда је решење 4!=24

Домаћи рад:442,446

2.**Варијације без понављања**

Варијације без понављања к-те класе скупа А,који има n елемената (n≥k), је сваки низ к међусобно различитих елемената. Број варијација без понављања к-те класе скупа од n елемената (n≥k) једнак је $V_n^k = n(n-1)(n-2)\ldots(n-k+1)$, $V_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$

За n=k варијације без понављања скупа А су пермутације тог скупа.

<u>Пример:</u> Одредимо укупан број свих троцифрених бројева са различитим цифрама.

Решење: Цифре које корицтимо за прављење троцифрених бројева су {0,1,2,3,4,5,6,7,8,9} укупно је 10.

Варијација класе 3(троцифрен број) V(10,3)=10·9·8

Када је нула на првом месту то није троцифрен него двоцифрен број, зато такве бројеве морамо одузети а има их V(9,2)=9·8

Коначно решење је V(10,3)-V(9,2)=648

479. $V_9^2 = 9 \cdot 8 = 72 \quad V_9^3 = 9 \cdot 8 \cdot 7 = 504$

481.

0,1,2,5,7,9

0_ _ _ _нула на првом мест $V_5^4 = 120$ исто важи и ако је нула на последњем месту _ _ _ _0 $V_5^4 = 120$

_ _ _ _ _ $V_6^5 = 720$ Коначно решење је $V_6^5 - V_5^4 - V_5^4 = 480$

Домаћи рад: 480

3.**Пермутације са понављањем**

Нека је дат скуп A={$a_1, a_2, \dots\ , a_m$ }. Сваки низ дужине $к_1 + к_2 + \cdots + к_m = n$ у коме се а1 појављује к1 пута, елемент а2 се појављује к2 пута, ... ,елемент am се појављује km пута (к1,к2,к3, ... ,кm≥0) назива се пермутација са понављањем скупа А типа (к1,к2,к3, ... ,кm). Број описаних пермутација једнак је $P_{(k1,k2,\dots km)}(n) = \frac{n!}{k1!k2!\dots km!}$

<u>Пример:</u> Одредимо број свих пермутација елемената 0,0,1,1,0,0,1

Решење: n=7, k1=4,k2=3

$$P_{4,3}(7) = \frac{7!}{4!\,3!} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 35$$

466. а) МАМА

$\frac{4!}{2!2!} = 6$ (4! јер је низ од 4 слова и то 2 А и 2М зато пишемо 2 пута 2!)

Домаћи рад: 451.

4.**Варијације са понављањем**

Варијације к-те класе скупа А, који има n елемената је сваки низ од к елемената скупа А, при чему се елементи могу и понављати. Често се овакви елементи и називају варијације са понављањем. Број варијација к-те класе од n елемената једнак је $\bar{V}_n^k = n^k$

<u>Пример</u>: Колико има петоцифрених бројева који се могу написати помоћу цифара 3,6,9.

Решење: Ово су варијације класе 5: $\bar{V}(3,5) = 3^5 = 243$

486. $\bar{V}_5^3 = 5^3 = 125$

487. $\bar{V}_3^{13} = 3^{13}$

Домаћи рад: 488.

5.**Комбинације(надокнада)**

Комбинација (без понављања) к-те класе скупа А, који има n елемената (n≥k) је сваки к-точлани подскуп скупа А. Број комбинација к-те класе n-точланог скупа једнак је

$$C_n^k = \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$\binom{n}{k}$ чита се n над k.

Ако се из n-точланог скупа А бира један по један, са враћањем, к елемената и ако није битан редослед већ само који елементи и колико пута су изабрани, онда се резултат избора назива комбинација са понављањем к-те класе скупа од n елемената. Број тих комбинација једнак је $\bar{C}_n^k = \binom{n+k-1}{k}$

<u>Пример:</u> На колико начина се може од 6 елемената

{a,b,c,d,e,f} изабрати 3 .

Решење: $\binom{6}{3} = \frac{6!}{3!3!} = 20$

508.$\binom{6}{2} = 15$

509.$\binom{39}{7} = 15380937$

513.$\binom{15}{1}\binom{14}{4} = 15015$

Домаћи рад:505,506